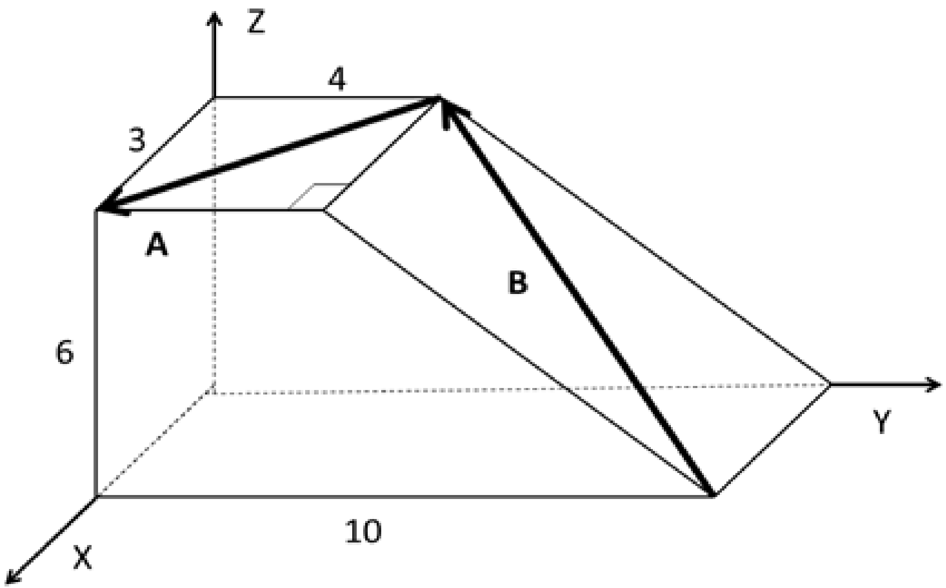
EXAMEN DE FÍSICA & SOLUCION

TEMA # 1

PROBLEMA DE DESARROLLO

En el sistema tridimensional se muestran dos vectores **A** y **B**. Calcular:

a) la medida del ángulo entre los vectores (3 puntos)
b) un vector de 30 unidades y que sea perpendicular a **A** y **B** (4 puntos)



SOLUCION:

Del grafico obtendremos los vectores:

$$\vec{A} = 3\hat{\imath} - 4\hat{\jmath}$$

$$\vec{B} = -3\hat{\imath} - 6\hat{\jmath} + 6\hat{k}$$

a) El producto escalar será,

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = (3\hat{\imath} - 4\hat{\jmath}) \cdot (-3\hat{\imath} - 6\hat{\jmath} + 6\hat{k})$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = -9 + 24 = 15$$

RECUERDA: En todos los problemas, una respuesta sin demostración, ó sin **una JUSTIFICACION ADECUADA**, recibirá un puntaje de 0 (CERO)

Las magnitudes tienen el valor de:

$$A = \sqrt{(3)^2 + (-4)^2} \quad - 5 \qquad ; \qquad B = \sqrt{(-3)^2 + (-6)^2 + (6)^2} \quad = 9$$

El ángulo entre $\vec{A}$ y $\vec{B}$ lo calculamos usando la expresión:

$$\cos\theta = \frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{AB} = \frac{15}{(5)(9)} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{\theta = 70.53°}$$

b) $\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 3 & -4 & 0 \\ -3 & -6 & 6 \end{vmatrix} = \quad -24\hat{\imath} - 18\hat{\jmath} - 30\hat{k}$

Para que tenga magnitud de 30 tenemos que hacerlo unitario y multiplicarlo por la nueva magnitud.

$$\vec{C} = \; 30\,\hat{U}_{\vec{A}x\,\vec{B}} \quad = \quad 30\left[\frac{-24\hat{\imath} - 18\hat{\jmath} - 30\hat{k}}{42.426}\right]$$

$$\vec{C} = \; -16.97\hat{\imath} - 12.73\hat{\jmath} - 21.21\hat{k}$$

Este vector cumple con la condición, pero también existe otro vector perpendicular y magnitud de 30. $\vec{\boldsymbol{D}} = \; 16.97\hat{\imath} + 12.73\hat{\jmath} + 21.21\hat{k}$

Cualquiera de esos dos vectores es válido.

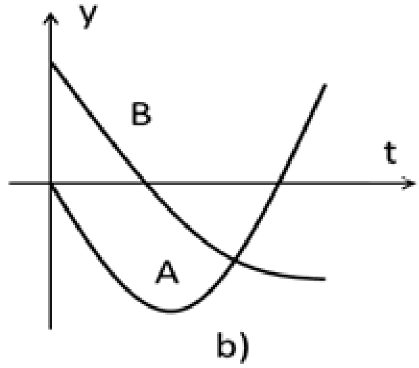
....

TEMA # 2

PREGUNTA CONCEPTUAL

2.1 Una piedra A se lanza hacia arriba desde una cierta altura mientras que otra piedra B se lanza desde el suelo al mismo tiempo. Tomando en cuenta el sistema de referencia que se indica en la figura. ¿Cuál de las opciones representa de mejor manera el grafico posición - tiempo de las piedras? (3 puntos)

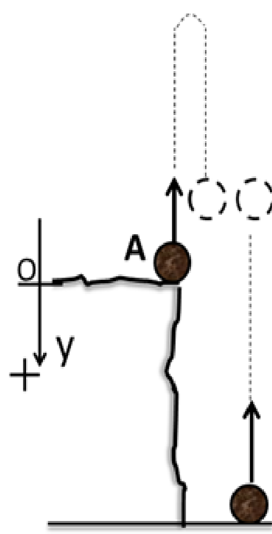
SOLUCION:



Opción B

<u>PROBLEMA DE DESARROLLO</u>

2.2 Una piedra de 0.5 kg es lanzada hacia arriba desde la terraza de un edifico. Al momento de llegar al suelo se ha calculado que la velocidad media y la rapidez media para todo el viaje son de 5.2 m/s y 37.78 m/s respectivamente. De ser posible ¿Con cuanta velocidad fue lanzada la piedra? Desprecie el rozamiento con el aire. (4 puntos)



Solución:

La magnitud de la velocidad media la podemos dejar en función de la altura del edificio:

$$V_m = \frac{\Delta y}{t} = \frac{\mathrm{h}}{t} \quad \rightarrow \quad h = 5.2t \quad ; \; donde\ t\ es\ el\ tiempo\ de\ vuelo.$$

La rapidez media será:

$$R_m = \frac{d}{t} \;\rightarrow\; \mathrm{d} = 37.78\mathrm{t}$$

Usando la ecuación anterior podemos dejar la distancia en función de la altura del edificio,

$$d = 37.78\left[\frac{\mathrm{h}}{5.2}\right] \;\rightarrow\; d = 7.265h$$

Podemos notar que conociendo la velocidad media y la rapidez media no es posible saber el tiempo de vuelo ni la altura de lanzamiento.
Analicemos cada ecuación de cinemática:

$$v^2 = \mathrm{v}_0^2 - 2g\,\Delta y$$

No sabemos la velocidad final, tampoco la inicial ni el desplazamiento que tiene como magnitud la altura del edificio.

$$v = v_0 - gt$$

De igual manera no sabemos la velocidad final ni inicial, tampoco el tiempo aunque este último lo podemos dejar en función de la altura h. Pero, notemos que igual me quedan tres incógnitas.
La última ecuación $\Delta \mathrm{y} = v_0 t \; - \frac{1}{2}gt^2$ tampoco nos sirve ya que es deducida de las ecuaciones anteriores.
Con la información dada no es posible conocer la velocidad inicial. Lo podíamos haber sabido desde el comienzo ya que con cualquier movimiento podemos obtener los mismos valores de velocidad media y rapidez media.

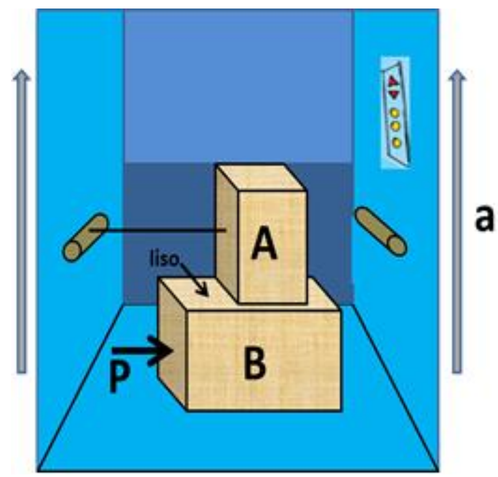
………

TEMA # 3

PREGUNTA CONCEPTUAL

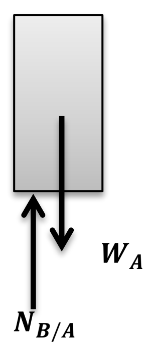
3.1 Analice la situación hipotética que se muestra en la figura. Dentro de un ascensor que se acelera hacia arriba se encuentran dos bloques. La superficie entre los bloques es lisa. Al bloque **B** se le aplica una fuerza P moviéndolo sin acelerarlo horizontalmente, mientras que el bloque **A** está unido a una cuerda ligera de masa despreciable. Realizar:

a) El diagrama de cuerpo libre del bloque **A** e indicar el número de interacciones (fuerzas) que actúan en este bloque. (1.5 puntos)
b) El diagrama de cuerpo libre del bloque **B** e indicar el número de interacciones (fuerzas) que actúan en el bloque. (1.5 puntos)

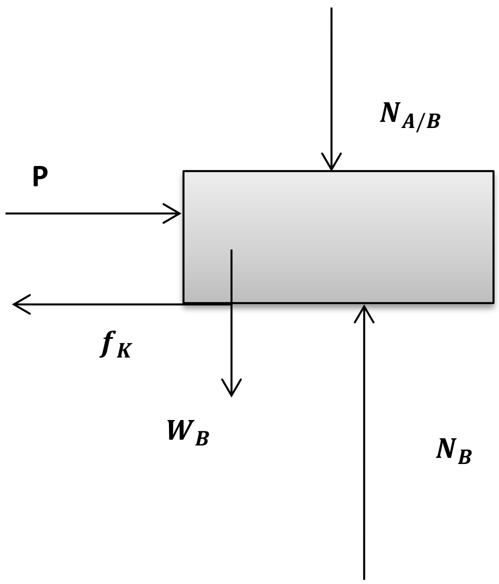


SOLUCION:

Bloque A: Al no tener fricción (caso ideal) entre los bloques y el ascensor acelerándose verticalmente, la suma de fuerzas horizontales es cero. Existen dos fuerzas, el peso y la fuerza que ejerce el bloque B sobre A de mayor magnitud que el peso de A ya que la aceleración es hacia arriba.



Bloque B: En el bloque se tiene fricción debido a que al aplicar la fuerza P el bloque no se acelera. Existe una fuerza neta hacia arriba, porque la fuerza ejerce el piso del ascensor sobre A tiene que ser mayor que la fuerza de A sobre B si queremos que acelere hacia arriba. Por tanto, deben actuar cuatro fuerzas sobre B.



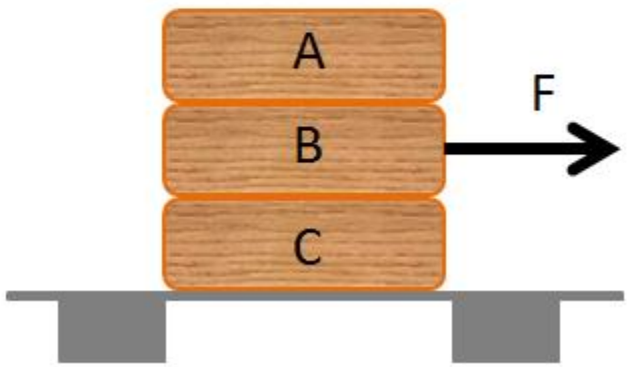
NOTA: $|N_{A/B}| = |N_{B/A}|$

La N_B y la f_k son los componentes de una misma fuerza.

PROBLEMA DE DESARROLLO

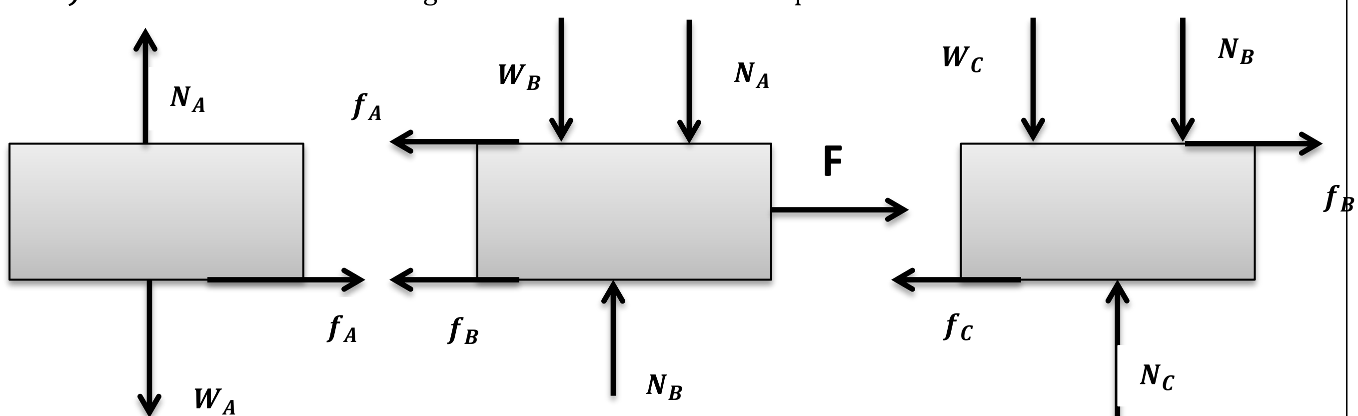
3.2 Tres bloques, cada uno con una masa $M = 5\text{kg}$ se encuentran en reposo sobre una mesa. Existe rozamiento entre todas las superficies ($\mu_s = 0.2$, $\mu_k = 0.1$).

a) Al aplicar una fuerza $F = 25$ N al cuerpo central, calcular la aceleración de cada bloque. (2 puntos)
b) Si la fuerza aplicada F ahora tiene un valor de 50 N, calcular la aceleración de los bloques (2 puntos)



SOLUCION:

a) Primero realizamos el diagrama de fuerzas en cada bloque.



Es posible que exista duda en la dirección de ciertas fuerzas pero eso no es problema ya que al resolver las ecuaciones sabremos si la elección fue la correcta.

Los pesos son iguales: $W_A = W_B = W_C = 5\,(9.8) = 49\text{N}$

Las normales son:

$N_A = 49\ N$; $N_B = 98N$; $N_C = 147$ N

Aunque tengamos dibujado la fricción f_A no exactamente existe. Solo aparece si los bloques se mueven. Ahora, para que el cuerpo B se mueva debe cumplir con

F > $f_{Bmáx}(fuerza\ estatica\ maxima)$

$$f_{Bmáx} = 0.2\ (98) = 19.6N$$

Como la fuerza F vale 25 N, el cuerpo B se mueve. Ahora, debemos saber si el bloque A se mueve junto a B o desliza sobre él. El bloque A se mueve junto a B si la fuerza $\boldsymbol{f_A}$ no supera el valor máximo.

En el bloque C no hay duda de que permanece en reposo.

Se puede comprobar que $f_{cmáx} > f_{Bmáx}$

CUERPO A: $f_A = Ma$

CUERPO B: $F - f_A - f_B = Ma$

$$F - M_A - U_K N_B = M_a$$

$$a = \frac{F - \mu_K N_B}{2M} = \frac{25 - 0.1(98)}{2(5)} = 1.52\, {}^{m}/_{s^2}$$

$\boldsymbol{f_A} = 5(1.52) = 7.6\ N$

La fricción $\boldsymbol{f_A}$ es menor que la estática máxima (9.8N), por tanto A y B se aceleran juntos mientras que C está en reposo.

$$a_A = a_B = 1.52\ {}^{m}/_{s^2}\ ;\ a_C = 0$$

b) Con F = 50N usamos las mismas consideraciones

$$a = \frac{50 - 0.1(98)}{2(5)} = 4.02\, {}^{m}/_{s^2}$$

$\boldsymbol{f_A} = 5(4.02) = 20.1\ N$

Este valor es mayor que $\boldsymbol{f_{Amáx}}$ por lo que A desliza sobre B

Aceleración de A:

$$\boldsymbol{f_{Ak} = Ma_A}$$

$$a_A = \frac{U_K\ N_A}{M} = \frac{0.1\ (49)}{5} = 0.98\, {}^{m}/_{s^2}$$

$$a_A = 0.98\ {}^{m}/_{s^2}\ ;\ a_B = 7\ {}^{m}/_{s^2}\ ;\ a_C = 0$$

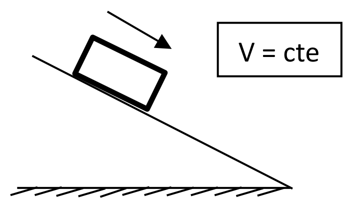
TEMA # 4

PREGUNTA CONCEPTUAL

4.1 Una caja de masa M desliza con rapidez constante desde la parte alta de un plano inclinado. Con esta información, determine el valor de verdad de las siguientes afirmaciones:

I. Como viaja a velocidad constante, se conserva la energía mecánica. (1 punto)
II. Como viaja a rapidez constante, el trabajo realizado por el peso es igual al trabajo realizado por la fricción. (1 punto)
III. El trabajo neto sobre el bloque es constante. (1 punto)

SOLUCIÓN



I FALSO

La energía mecánica es igual a la suma de la energía cinética con la energía potencial. Como el bloque baja a velocidad constante la energía cinética es constante. Más, no así la energía potencia que disminuye conforme llega al suelo.

II FALSO

Del teorema del trabajo y la energía tenemos que el trabajo neto es igual al cambio en la energía cinética.

$$W_{neto} = \cancel{\Delta K} = 0$$

ΔK es cero ya que viaja a velocidad constante. Solo el peso el peso y la fricción realizan trabajo.

$$W_{mg} + W_{f_k} = 0 \quad \rightarrow \quad W_{mg} = -W_{f_k}$$

Lo correcto es decir que el trabajo del peso es igual al negativo del trabajo realizado por la función.

III VERDADERO

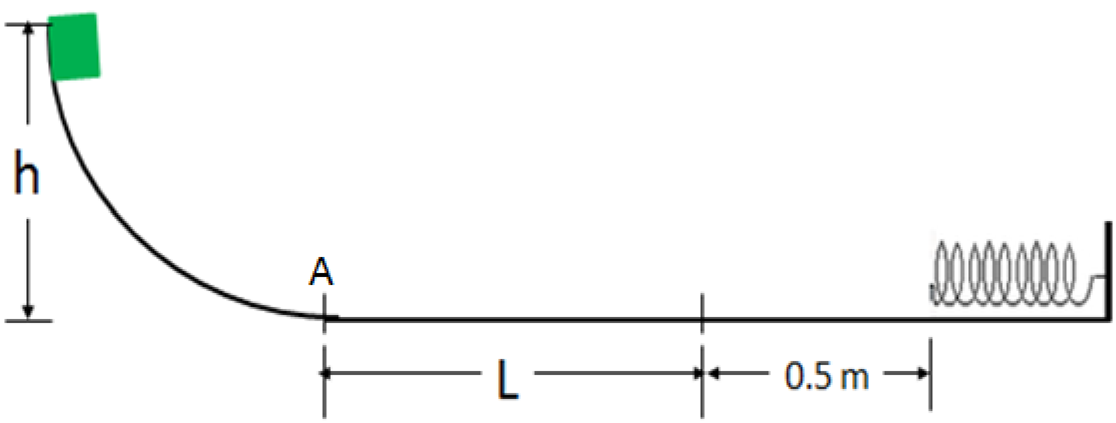
De lo explicado anteriormente concluimos que este enunciado es verdadero.

PROBLEMA DE DESARROLLO

4.2 Un bloque de 1 kg parte del reposo desde una altura $h = 1\ m$ y desliza sobre la pista que se muestra en la figura. La parte plana $(L = 2\ m)$ tiene un coeficiente cinético de 0.2 mientras que para el resto de la superficie despreciamos el rozamiento. Calcular:

a) la distancia máxima que se comprime el resorte de constante elástica $k = 653\ N/\ m$. (2 puntos)

b) la energía total que se pierde debido al rozamiento y a que distancia medida desde el punto A se detiene el bloque. (2 puntos)



a) De la ecuación general de la energía sabemos que el trabajo realizado por las fuerzas no conservativas (en este caso la fricción) es igual al cambio de la energía mecánica.

$$W_{fk} = E_f - E_i$$

$$W_{fk} = \cancel{K_f} + \cancel{U_{gf}} + U_{ef} - \cancel{K_I} - U_{gi} - \cancel{U_{ei}}$$

En el punto más alto solo tenemos energía potencial gravitacional. Al final solo tenemos energía potencial elástica porque necesitamos la máxima compresión.

$$W_{fk} = U_{ef} - U_{gi}$$

$$-f_k L = \frac{1}{2}kx^2 - mgh$$

$$-(u_K mg)L = \frac{1}{2}kx^2 - mgh$$

$$\frac{1}{2}kx^2 = mgh - u_k mgL$$

$$x = \frac{\sqrt{2mg(h - u_k L)}}{k}$$

$$x = \sqrt{\frac{2(1)(9.8)(1-0.2(2))}{653}} = \boxed{0.13m}$$

b) En el sistema la energía mecánica inicial (solo tenemos energía potencial) se va perdiendo debido al trabajo realizado por la fricción hasta que el bloque se detiene definitivamente. Por tanto el trabajo total de la fuerza de razonamiento es:

$$W_{neto\ fk} = -U_g = -mgh$$

$$W_{neto\ fk} = -1(9.3)(1) = -9.8\,J$$

El bloque pasa una cierta cantidad de veces por el tramo L, entonces

$$W_{neto\ fk} = NW_{fk}$$

Donde W_{fk} es el trabajo de la fricción al pasar una sola vez. Por tanto:

$$-N(u_k mgL) = -mgh$$

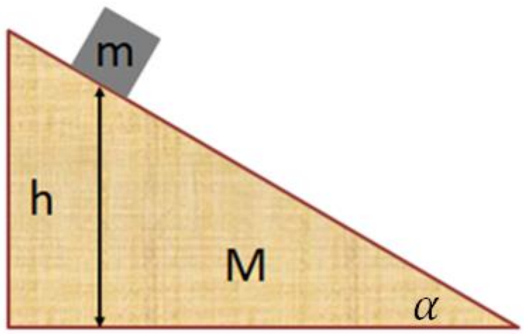
$$N = \frac{h}{u_k L} = \frac{1}{0.2\ (2)} = 2.5$$

El bloque realiza dos pasadas completas más la mitad del tramo. **Entonces el bloque se detiene 0.5m medido desde la punta A**

TEMA # 5

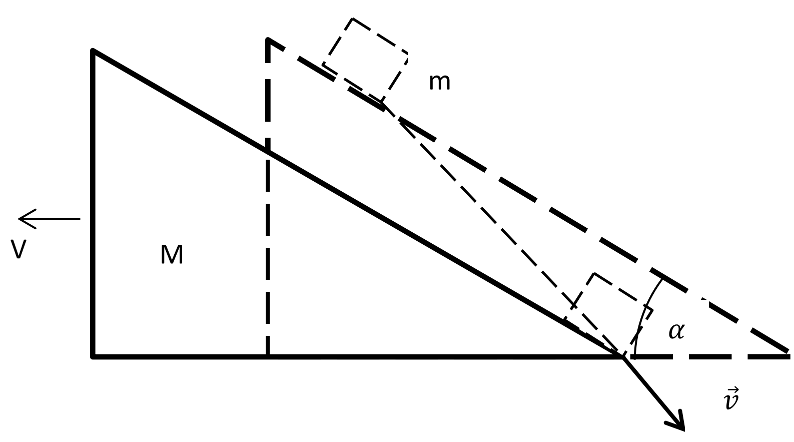
PROBLEMA DE DESARROLLO

Un bloque de masa m está inicialmente en reposo sobre un plano inclinado de masa M, a una altura h como muestra la figura. Desprecie el rozamiento en todas las superficies y calcular la velocidad del plano inclinado en función de m, M, g, h y α cuando el bloque llega al suelo. (7 puntos)



Solución:

A medida que el bloque **m** desciende el plano inclinado se mueve a la izquierda.



$$\vec{v} = v_X\hat{\imath} + v_y\hat{\jmath}$$

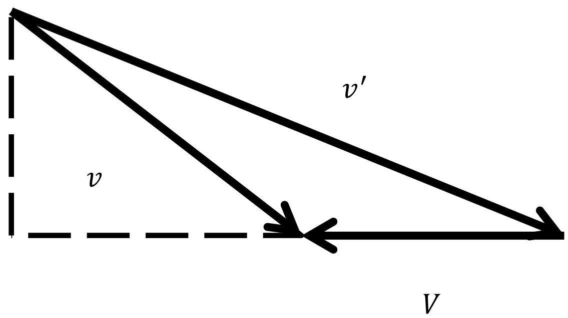
Horizontalmente, la fuerza resultante externa es nula. Por tanto, la componente horizontal del momento lineal se conserva.

$$0 = mv_x - MV$$
$$v_x = \frac{M}{m}V \qquad (1)$$

Utilizando la conservación de la energía:

$$mgh = \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}m\left(V_x^2 + V_y^2\right) \quad (2)$$

Necesitamos otra ecuación que relación $v_x,\ v_y\ \ y\, V$. Esta la obtenemos haciendo el análisis relativo de velocidades.



$$tan\,\alpha = \frac{v_y}{v_x + V} \qquad (3)$$

$v_y\ =\ (\ v_x + V)\ tan\ \alpha\ ;$ *donde* v' *es la velocidad del bloque en relacion al plano inclinado.*

Reemplazamos la ecuación (1) en (3)

$$v_y = \left(\frac{MV}{m} + V\right) tan\ \alpha\ = \left(\frac{M+m}{m}\right) V tan\ \alpha \qquad (4)$$

Ahora, la ecuación (4) en (2), tenemos:

$$mgh = \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}m\left(\frac{M^2}{m^2}V^2 + \left(\frac{M+m}{m}\right)^2 V^2 tan^2\,\alpha\right)$$

Despejamos V finalmente

$$V = \sqrt{\frac{2mgh}{M + \frac{M^2}{m} + \frac{(M+m)^2 tan^2\,\alpha}{m}}}$$

TEMA # 6

PROBLEMA DE DESARROLLO

Un calorímetro de cobre (0.446 kg; 0.092 cal/g °C) contiene agua (1 kg; 1 cal/g °C) a una temperatura de 30 °C. Al echar un trozo de hielo a – 80 °C, calcular:

a) La mínima cantidad de hielo (0.5 cal/g °C; 80 cal/g) que se debe colocar en el calorímetro para que la mezcla se encuentre congelada. (3 puntos)
b) La máxima cantidad de hielo que se debe colocar en el calorímetro para que la mezcla solo contenga agua. (2 puntos)
c) La cantidad de hielo que se debe agregar para que la mezcla finalmente contenga un 90 % del hielo. (2 puntos)

Solución:

a) Al colocar el trozo de hielo tanto el calorímetro como el agua disminuirían su temperatura porque ceden energía para el hielo.
La temperatura final de la mezcla debe ser máximo de $0°C$ para que se encuentre congelado. Esto implica también que toda el agua pasa de líquido a sólido.

CALORIMETRO DE COBRE:
$\Delta \boldsymbol{Q_{cu}} = m_{cu}\, C_{cu}\, \Delta T = 446(0.092)(0-30)$
$\Delta \boldsymbol{Q_{w}} = -1230.96\; cal$

Agua:
$\Delta \boldsymbol{Q_{H_2O}} = m_{H_2O}\, C_{H_2O}\, \Delta T - m_{H_2O} L_f$
$\Delta \boldsymbol{Q_{H_2O}} = 1000(1)(\,0-30) - 1000(80) = -110000\; cal$

Hielo:
$\Delta \boldsymbol{Q_{h}} = m_h\, C_h\, \Delta T = m_h(\,0.5)(0+80) = 40m_h$

Por la conservación de la energía, tenemos:

$$\Delta \boldsymbol{Q} = \boldsymbol{0}$$
$$\Delta \boldsymbol{Q_{cu}} + \Delta \boldsymbol{Q_{H_2O}} + \Delta \boldsymbol{Q_{h}} = \boldsymbol{0}$$
$$-111230.96 + 40m_h = 0$$
$$m_h = 2780.7g = 2.78kg$$

Que corresponde a la mínima cantidad de hielo

b) En este caso la mínima temperatura es de $0°C$, El agua no cambia de fase pero si lo hará el trozo de hielo.

CALORIMETRO:
$\Delta \boldsymbol{Q_{cu}}$= -1230.96cal

Agua:
$\Delta \boldsymbol{Q_{H_2O}} = m_{H_2O}\, C_{H_2O}\, \Delta T$= 1000(1) (0 – 30) = -30000cal

Hielo:
$\Delta \boldsymbol{Q_h} = m_h\, C_h\, \Delta T + m_h + L_f$
$\Delta \boldsymbol{Q_h} = m_h\, (0.5\,(0+80) + m_h\,(80) = 120 m_h$

$$\Delta \boldsymbol{Q} = \mathbf{0}$$
$$\Delta \boldsymbol{Q_{cu}} + \Delta \boldsymbol{Q_{H_2O}} + \Delta \boldsymbol{Q_h} = \mathbf{0}$$
$$-31230.96 + 120 m_h = 0$$
$$m_h = 260.26g \quad = \quad 0.26kg$$

Que corresponden a la máxima cantidad de hielo.

c) La temperatura final debe ser exactamente $0°C$ para que la mezcla tenga agua y hielo dentro del calorímetro. Sólo el 10% del hielo agregado se derrite.

CALORIMETRO:
$\Delta \boldsymbol{Q_{cu}}$= -1230.96cal

Agua:
$\Delta \boldsymbol{Q_{H_2O}}$ = -30000cal

Hielo:
$\Delta \boldsymbol{Q_h} = m_h\, C_h\, \Delta T + 0.1 m_h L_f = m_h(0.5)(0+80) + 0.1 m_h(80)$
$\Delta \boldsymbol{Q_h} = 48 m_h$

$$\Delta \boldsymbol{Q} = \mathbf{0}$$
$$\Delta \boldsymbol{Q_{cu}} + \Delta \boldsymbol{Q_{H_2O}} + \Delta \boldsymbol{Q_h} = \mathbf{0}$$
$$-31230.96 + 48 m_h = 0$$
$$m_h = 650.6g \quad = \quad 0.65kg$$